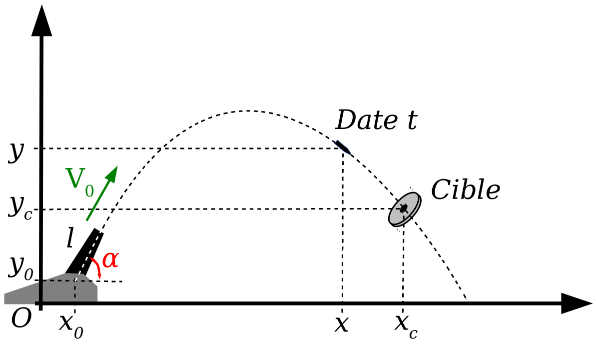
Modélisation de la trajectoire de l'obus

Schéma



O	Origine du repère cartésien
(x_0,y_0) du canon	Coordonnées de l'axe de rotation horizontal
(x,y)	Position de l'obus à la date t
(x_c,y_c)	Position de la cible
α	Angle de tir
l	Longueur du tube du canon
g	Accélération de pesanteur ($g = 9{,}81\ m.s^{-2}$)
V_0	Vitesse initiale ($m.s^{-1}$)

Équations horaires du mouvement

$$x = x_0 + l \times \cos(\alpha) + V_0 \times \cos(\alpha) \times t$$
$$y = y_0 + l \times \sin(\alpha) + V_0 \times \sin(\alpha) \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2$$

Expression de la vitesse initiale du tir

À partir des équations horaires, on isole la vitesse initiale de l'obus dans ces équations :

$$V_0 = \sqrt{\frac{g}{2} \times \left(\frac{x - x_0}{\cos\alpha} - l\right)^2 \times \frac{1}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \times (x - x_0) + y_0 - y}}$$

Si on connaît la position de l'impact de l'obus *(x,y) = (x_c,y_c)*, alors on peut en déduire la vitesse initiale.

Calcul des angles de tir pour atteindre une cible

À partir des équations horaires, en remplaçant *(x,y)* par *(x_c,y_c)* et en isolant *t*, on a l'équation suivante :

$$a \times \tan\alpha + b \times \frac{1}{\cos\alpha} + c \times \left(\frac{1}{\cos\alpha}\right)^2 + d = 0$$

avec

$$a = x_c - x_0$$
$$b = \frac{l \times g \times a}{V_0^2}$$
$$c = -\frac{g}{2 \times V_0^2} \times a^2$$
$$d = -(y_c - y_0) - \frac{l^2 \times g}{2 \times V_0^2}$$

Cette équation n'a pas de solution analytique, il faut la résoudre numériquement pour trouver l'angle de tir *α*. On modifie l'équation en posant $\tan\alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos\alpha^2} - 1}$ puis $X = \frac{1}{\cos\alpha}$ et on obtient alors :

$$c \times X^2 + b \times X + d + a \times \sqrt{X^2 - 1} = 0$$

Cette équation doit être résolue par dichotomie pour isoler les deux solutions X_1 et X_2 permettant de calculer les deux angles de tir, si ils existent.